8. φθίνουσες μηχανικές και ηλεκτρικές ταλαντώσεις

8.4.3 (δ) 8.4.4 (δ) 8.4.5 (γ) 8.4.6 (γ) 8.4.7 (β)
8.4.8 (α) 8.4.9 (δ) 8.4.10 (γ) 8.4.11 (γ) 8.4.12 (δ)
8.4.13 (δ) 8.4.14 (γ) 8.4.15 (α) 8.4.16 (δ) 8.4.17 (δ)
8.4.18 (δ) 8.4.19 (γ) 8.4.20 (Α-δ, Β-γ) 8.4.21 (α) 8.4.22 (δ)

8.4.23. α) $\omega=2\pi$ rad/s $\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}$ ή $T=1s$ β) $T>T_0$ ή $T_0<T$. Σωστή η β-3

8.4.24. $A_0=0{,}5m$, $A_1=0{,}4m$, $T=1s$

α) $f=1/T=1s$ άρα σωστή η α-1 β) $f_0>f$ ή $f_0>1Hz$

άρα σωστή η πρόταση β-2

γ) $\frac{A_0}{A_1}=\frac{A_1}{A_2}$ ή $A_0A_2=A_1^2$ ή $A_2=\frac{A_1^2}{A_0}$ ή $A_2=0{,}32m$, ($t=2s=2T$)

8.4.25 α) $A_0=1m$, $A_1=;$ $A_2=0{,}64m$ $\frac{A_0}{A_1}=\frac{A_1}{A_2}$ ή $A_1=\sqrt{A_0A_2}$ ή

$A_1=80cm$

β) $\frac{E_1}{E_0}=\frac{\frac{1}{2}DA_1^2}{\frac{1}{2}DA_0^2}=\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2=\left(\frac{0{,}8}{1}\right)^2=0{,}64$ ή $\frac{|\Delta E|}{E_0}=\frac{|E_1-E_0|}{E_0}=0{,}36$

άρα ποσοστό μείωσης 36%

8.4.26. α) $A_0=0{,}80m$, $A_1=0{,}64m$, $A_2=;$, $\frac{A_0}{A_1}=\frac{A_1}{A_2}$ ή $A_2=0{,}512m$

ή $\frac{A_1}{A_0}=\frac{0{,}64}{0{,}80}=0{,}8$ άρα και $\frac{A_2}{A_1}=0{,}8$ ή $A_2=0{,}8\cdot0{,}64$ ή $A_2=0{,}512m$

β) $\frac{E_1}{E_0}=\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2=0{,}64$ ή $\frac{|\Delta E|}{E_0}=0{,}36$ άρα ποσοστό μείωσης 36%

8.4.27. α) $\frac{E_1}{E_0}=0{,}64$ ή $\frac{\frac{1}{2}DA_1^2}{\frac{1}{2}DA_0^2}=0{,}64$ ή $\frac{A_1}{A_0}=0{,}8$ ή $A_1=0{,}8m$

β) $\frac{A_2}{A_1}=0{,}8$ ή (. . .) $A_2=0{,}64m$

$\frac{E_2}{E_0}=\frac{\frac{1}{2}DA_2^2}{\frac{1}{2}DA_0^2}$ ή $\frac{E_2}{E_0}=\left(\frac{A_2}{A_0}\right)^2$ ή $E_2=E_0\left(\frac{A_2}{A_0}\right)^2$ ή $E_2=20{,}48J$

8.4.28 α) $A=A_0e^{-\Lambda t}$ β) $T>1s$ γ) γ-2

8.4.29 Για να απαντήσουμε ποιά θα ταλάντωση θα

αποσβεσθεί πρώτη χρειάζεται και μικρότερη ενέργεια
Άρα σωστή η πρόταση 4

8.4.30 $A=A_0e^{-\Lambda t}$ ή $\frac{A_0}{2}=A_0e^{-\Lambda t'}$ ή $-\ln 2=-\Lambda t'$ ή $t'=\frac{\ln 2}{\Lambda}$

$f_A<f_B$ ή $T_A>T_B$ ή $b_A>b_B$ ή $\Lambda_A>\Lambda_B$ οπότε $t'_A<t'_B$
Άρα σωστή η πρόταση (α)

8.4.31 $\frac{A_0}{A_1}=\frac{50}{40}=1,25$, $\frac{A_1}{A_2}=\frac{40}{30}=\frac{4}{3}$ Επειδή $\frac{A_0}{A_1}\neq\frac{A_1}{A_2}$

δεν μπορεί οι τιμές αυτές να είναι τιμές διαδοχικών πλατών φθίνουσας ταλάντωσης με απόσβεση $F=-bv$

8.4.32 $E_0/E_1=5/4=1,25$, $\frac{E_1}{E_2}=\frac{4}{3}$
Επειδή $\frac{E_0}{E_1}\neq\frac{E_1}{E_2}$ ή $\frac{A_0}{A_1}\neq\frac{A_1}{A_2}$ δεν μπορεί οι τιμές
αυτές να αντιστοιχούν σε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση με απόσβεση $F=-bv$

8.4.33. α-2. $\frac{A_0}{A_1}=\frac{A_1}{A_2}$ ή $A_1=\sqrt{A_0A_2}=0,8\,m$

β-1. $\frac{E_1}{E_0}=\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2=0,64$ ή $\frac{|\Delta E|}{E_0}=0,36$ ... ελάττωση 36%

8.4.34 $\Sigma F=-Dx-bv$ άρα $D_A=D_B=200\,N/m$ και $b_B>b_A$

α-1 $E=\frac{1}{2}DA^2$
β-Β Επειδή $b_B>b_A$ ή Β φθίνει με μεγαλύτερο ρυθμό
γ-Α $b_B>b_A$ άρα $T_B>T_A$ ή $f_A>f_B$

8.4.35 (βλ. θεωρία)

8.4.36 (δ) $E=\frac{E_0}{16}$

ή $T=1s$

8.4.37 α) $A=64e^{-\ln 2 t}$ ή $32=64e^{-\ln 2\cdot T}$ ή $\frac{1}{2}=e^{-\ln 2T}$ (1) ή $-\ln 2=-\ln 2T$

β) $A_4=64e^{-\ln 2\cdot 4T}$ ή $A_4=64(e^{-\ln 2\cdot T})^4 \overset{(1)}{=} 64\left(\frac{1}{2}\right)^4$ ή $A_4=4cm$

γ) $A_2=64e^{-\ln 2\cdot 2T}$ ή $A_2=64(e^{-\ln 2T})^2 \xrightarrow{(1)} A_2=64\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ή $A_2=16cm$

$$\frac{E_2}{E_0}=\frac{\frac{1}{2}DA_2^2}{\frac{1}{2}DA_0^2}=\left(\frac{A_2}{A_0}\right)^2=\left(\frac{16}{64}\right)^2=\frac{1}{16} \text{ ή } E_2=\frac{E_0}{16} \text{ ή } E_2=0,8J$$

δ) $x=A_0e^{-\Lambda t}\eta\mu\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$ ή $x=64\cdot e^{-\ln 2\cdot t}\eta\mu\left(2\pi t+\frac{\pi}{2}\right)$ $(x\to cm, t\to s)$

8.4.38 α) $A=A_0e^{-\Lambda t}$ ή $A_1=A_0e^{-\Lambda T}$ ή $32=64e^{-\Lambda t}$ ή $e^{-\Lambda T}=1/2$ (1)
ή $-\Lambda T=-\ln 2$ ή $\Lambda=\frac{\ln 2}{2}s^{-1}$ άρα $A=64e^{-\frac{\ln 2}{2}t}$ $(A\to cm, t\to s)$

β) $x=64e^{-\frac{\ln 2}{2}t}\eta\mu\left(\frac{2\pi}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)$ $(x\to cm, t\to s)$

γ) $A=A_0e^{-\Lambda t}$ ή $A_6=64e^{-6\Lambda T}=64(e^{-\Lambda T})^6 \xrightarrow{(1)} A_6=64\left(\frac{1}{2}\right)^6=1cm$

8.4.39 α) $A_0=0,48m$ β) (ii) $T>T_0$ γ) $\omega=10rad/s$ άρα
$T=\frac{2\pi}{10}$ ή $T=0,628s$

8.4.40 α) $A=A_0e^{-\Lambda t}$ ή $12=96e^{-\Lambda T\cdot 3}$ ή $\left(\frac{1}{2}\right)^3=(e^{-\Lambda T})^3$ ή

$e^{-\Lambda T}=\frac{1}{2}$ (1) και $-\ln 2=-\Lambda T$ ή $\Lambda=\frac{\ln 2}{T}$ (2)

$A_1=A_0e^{-\Lambda T}$ ή $A_1=96e^{-\Lambda T}\xrightarrow{(1)} A_1=96\left(\frac{1}{2}\right)$ ή $A_1=48cm$

β) $A_6=96e^{-\Lambda 6T}=96(e^{-\Lambda T})^6=96\left(\frac{1}{2}\right)^6$ ή $A_6=1,5cm$

γ) $A=96e^{-\Lambda t}\xrightarrow{(2)}A=96e^{-\frac{\ln 2}{T}t}\xrightarrow{T=1s}A=96e^{-\ln 2t}$ $(A\to cm)$

δ) $T_0<1s$ και σταθερή σωστή η (ii)

8.4.41 α) $T=0,125s$ άρα $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0,125}Hz$ ή $f=8Hz$

β) ii

γ) $A=A_0e^{-\Lambda t}$ ή $A_1=A_0e^{-\Lambda T}$ ή $0,2=0,4e^{-\Lambda T}$ ή

$\frac{1}{2}=e^{-\Lambda T}$ ή $-\ln 2=-\Lambda T$ ή $\Lambda=\frac{\ln 2}{T}$ ή $\Lambda=8\ln 2$ άρα

$A=0,4e^{-8\ln 2t}$ (SI)

8.4.45. $A=A_0 e^{-\Lambda t}$ ⇒ $\frac{A_0}{2}=A_0 e^{-\Lambda T'}$ ⇒ $\frac{1}{2}=e^{-\Lambda T'}$ (1) και $\Lambda=\frac{\ln 2}{1,2}s^{-1}$ (2)

α) $t_1=3,6s=3\cdot 1,2=3\cdot T'$

$A'=A_0 e^{-\Lambda t_1}=A_0 e^{-\Lambda 3T'}=A_0(e^{-\Lambda T'})^3 \xrightarrow[A_0=0,8m]{(1)} A'=0,8(\frac{1}{2})^3=0,1m$

$\frac{E'}{E_0}=\left(\frac{A'}{A_0}\right)^2=\left(\frac{0,1}{0,8}\right)^2=\frac{1}{64}$ ⇒ $E'=\frac{E_0}{64}=\frac{1,28}{64}$ ⇒ $E'=0,02J$

β) $T'=3T$ (T=περίοδος) ⇒ $1,2=3T$ ⇒ $T=0,4s \rightarrow f=\frac{1}{T}$ ⇒ $f=2,5Hz$

γ) $A=A_0 e^{-\Lambda t} \xrightarrow{(2)} A=0,8\, e^{-\frac{\ln 2}{1,2}t}$ (SI) και $x=0,8\, e^{-\frac{\ln 2}{1,2}t}\,ημ(5πt)$ (SI)

8.4.46 $A=A_0 e^{-\Lambda t}$ ⇒ $\frac{A_0}{2}=A_0 e^{-\Lambda T'}$ ⇒ $e^{-\Lambda T'}=\frac{1}{2}$ (1) με $T'=1,2s$ και $\Lambda=\frac{\ln 2}{1,2}s^{-1}$

$A=A_0 e^{-\Lambda t}$ ⇒ $\frac{1}{64}=0,5\, e^{-\Lambda t_2}$ ⇒ $\frac{1}{32}=e^{-\Lambda t_2}$ ⇒ $2^{-5}=e^{-\Lambda t_2}$ ⇒ $5\ln 2=\Lambda t_2$

⇒ $t_2=\frac{5\cdot \ln 2}{\ln 2/1,2}$ ⇒ $t_2=6s$

8.4.47 α) $D=K=m\omega_0^2$ ⇒ $\omega_0=10\, rad/s$, ... $A_0=0,5m$

$x=0,5ημ(10t+\frac{π}{2})$ (SI). και $E_0=\frac{1}{2}DA_0^2=\frac{1}{2}KA_0^2$ ⇒ $E_0=12,5J=σταθ.$

β) $b\neq 0$ $A_0=0,5m$, $A_1=0,4m$, $E_0=12,5J$

$\frac{A_0}{A_1}=\frac{A_1}{A_2}=\frac{A_2}{A_3}$ ⇒ $\frac{A_1}{A_0}=\frac{A_2}{A_1}=\frac{A_3}{A_2}$

$\frac{A_1}{A_0}=\frac{0,4}{0,5}=0,8$

⇒ $\frac{A_2}{A_1}=0,8 \Rightarrow A_2=0,32m$

$\frac{A_3}{A_2}=0,8 \Rightarrow A_3=0,256m$

$\frac{E_3}{E_0}=\left(\frac{A_3}{A_0}\right)^2=\left(\frac{0,256}{0,8}\right)^2=$ ⇒ $E_3=\left(\frac{0,256}{0,5}\right)^2\cdot 12,5$ ⇒ $E_3=3,2768J$

8.4.48 α) $A=64e^{-0,1\ln 2 T} \rightarrow 8=64\, e^{-0,1\ln 2\cdot 10T}$ ⇒ $\frac{1}{8}=e^{-\ln 2 T}$ (1)

⇒ $3\ln 2=\ln 2\cdot T$ ⇒ $T=3s$

β) $\frac{E_{10}}{E_0}=\left(\frac{A_{10}}{A_0}\right)^2=\left(\frac{1}{8}\right)^2=0,015625$ ποσοστό 1,5625%

γ) $A_{30}=64\, e^{-0,1\ln 2\cdot 30T}$ ⇒ $A_{30}=64\left(e^{-\ln 2\cdot T}\right)^3 \xrightarrow{(1)} A_{30}=64\left(\frac{1}{8}\right)^3$

⇒ $A_{30}=0,125cm$.

8.4.49 α) $A=64\, e^{\ln 0,6\, t}$, $E_{20}=\frac{36}{100}E_0$ ή $\frac{1}{2}DA_{20}^2=\frac{36}{100}\frac{1}{2}DA_0^2$ ή

ή $A_{20}=0,6A_0$ ή $A_{20}=38,4\,cm$

β) $A=64e^{\ln 0,6\, t}$ ή $38,4=64e^{\ln 0,6\cdot 20T}$ ή $0,6=e^{\ln 0,6\cdot 20T}$ ή

$\ln 0,6=\ln 0,6\cdot 20T$ ή $T=\frac{1}{20}s$ ή $f=20Hz$

8.4.50 . α) $f=5Hz$ ή $T=0,2s$, $A=20e^{-10\ln 2\cdot t}$ ή $A_1=20e^{-10\ln 2\cdot 0,2}$ ή

ή $A_1=20e^{-\ln 4}$ ή $A_1=5cm$

β) i. $A=20e^{-10\ln 2 t}$ ή $1,25=20e^{-10\ln 2 t}$ ή $\frac{1}{16}=e^{-10\ln 2 t}$

ή $-4\ln 2=-10\ln 2 t$ ή $t=0,4s$

!!! γ) $t_0=0$ $A=A_0=20cm$

$t=\frac{T}{2}=0,1s \rightarrow A_1'=A_0e^{-10\ln 2\cdot 0,1}$ ή $A_1'=\frac{A_0}{2}=\frac{A_0}{2^1}$

$t=T=0,2s \rightarrow A_1=A_0e^{-10\ln 2\cdot 0,2}$ ή $A_1=A_0/2^2$

$t=\frac{3T}{2}=0,3s \rightarrow A_2'=A_0e^{-10\ln 2\cdot 0,3}$ ή $A_2'=A_0/2^3$

$t=2T=0,4s \rightarrow$ $A_2=\frac{A_0}{2^4}$

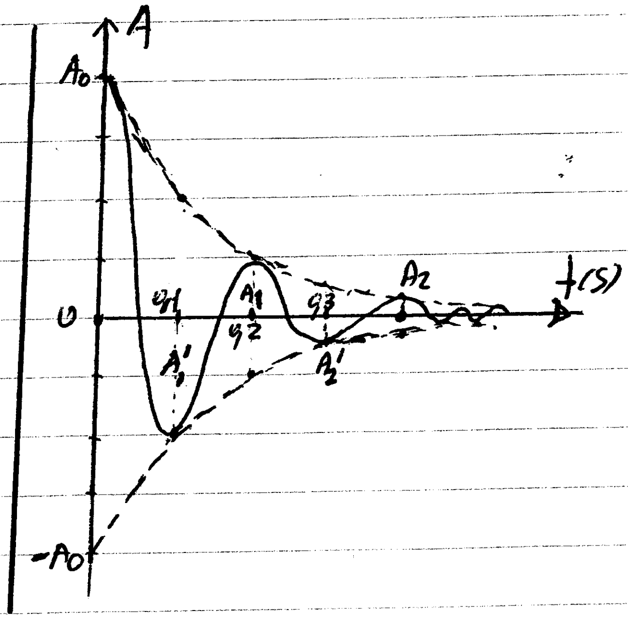
$S_{ολ}=A_0+2A_1'+2A_1+2A_2'+2A_2+\cdots$

$=A_0+2\frac{A_0}{2^1}+2\frac{A_0}{2^2}+2\frac{A_0}{2^3}+2\frac{A_0}{2^4}+\cdots$ ή

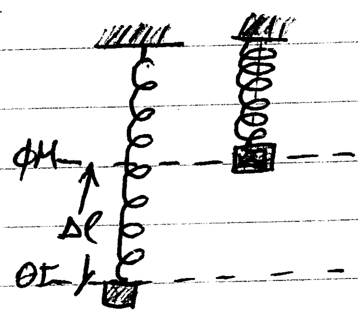
ή $S_{ολ}=A_0+2A_0\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots\right)$

ή $S_{ολ}=A_0+2A_0\frac{1/2}{1-1/2}$ ή $S_{ολ}=3A_0$

ή $S_{ολ}=60\,cm$



8.4.51 $K=200\,N/m$ $m=2kg$



Θέση ισορροπίας $mg=K\Delta l$ ή $\Delta l=0,1m$

$A_0=0,1m=10cm$

$D=K=m\omega_0^2$ ή $\omega_0=10\,rad/s$

$\omega \simeq \omega_0=10\,rad/s$, $T=\frac{2\pi}{\omega}$ ή $T=\frac{\pi}{5}s$

α) $A=A_0e^{-\Lambda t}$ ή $\frac{A_0}{16}=e^{-\Lambda\cdot 40T}$ ή $\Lambda=\frac{\ln 2}{2\pi}$

...άρα $A=0,1e^{-\frac{\ln 2}{2\pi}t}$

β) $\frac{A_0}{2}=0,1e^{-\frac{\ln 2}{2\pi}\cdot NT}$ ή $-\ln 2=-\frac{\ln 2}{2\pi}\cdot N\cdot\frac{\pi}{5}$ ή $N=10$ ταλαντώσεις

γ) $\Delta E=E_0-E_{10}=\frac{1}{2}DA_0^2-\frac{1}{2}DA_{10}^2=\frac{1}{2}k\left(A_0^2-\frac{A_0^2}{4}\right)=\frac{3}{8}kA_0^2=\frac{3}{8}\cdot 200\cdot 0,01=0,75J$

8.4.52 $\Lambda=\frac{b}{2m}=\frac{\ln 2}{2}s^{-1}$, $F=-b\upsilon$ ή $F=-\ln 2\cdot\upsilon$, $\omega\simeq\omega_0$

$T\simeq T_0=2\pi\sqrt{m/D}=2\pi\sqrt{m/k}$

α) i) $A=A_0e^{-\Lambda t}$ ή $\frac{A_0}{32}=A_0e^{-\frac{\ln 2}{2}\cdot 10T}$ ή $2^{-5}=e^{-\ln 2\cdot 5T}$ ή $T=1s$

$T=2\pi\sqrt{m/k}$ ή $k=\frac{4\pi^2 m}{T^2}$ ή $k\simeq\frac{4\cdot 10\cdot 1}{1}$ ή $k=40\,N/m$

ii) $A=A_0e^{-\Lambda t}\xrightarrow{t=1T}A_1=A_0e^{-\frac{\ln 2}{2}\cdot 1}$ ή $A_1=A_0e^{\ln 2^{-1/2}}=\frac{A_0}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow A_1=\frac{A_0}{\sqrt{2}}$

$\frac{E_1}{E_0}=\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2=\frac{(A_0/\sqrt{2})^2}{A_0^2}=\frac{1}{2}=0,5$ ή $\frac{\Delta E}{E_0}=0,5$

άρα ποσοστό μείωσης ανά περίοδο 50%

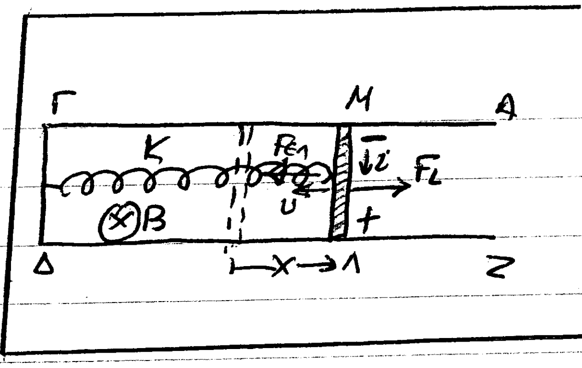
iii) $\frac{E_1}{E_0}=\frac{E_2}{E_1}=0,5$ ... $E_1=0,5E_0$

$E_2=0,5E_1$

$E_2=0,25E_0$

$E_0=\frac{1}{2}DA_0^2=3,2J$, $E_2=0,8J$ άρα $\Delta E=E_0-E_2=2,4J$

β) $\psi=0,4e^{-\frac{\ln 2}{2}t}$ συν$(2\pi t)$ (SI)



8.4.53 α) $E_{επ}=B v \ell$, $i_{επ}=\frac{E_{επ}}{R}=\frac{Bv\ell}{R}$

$F_L = B i_{επ} \ell = \frac{B^2\ell^2}{R} v$ ή

$F_L=\frac{\ln 2}{10}v$ και επειδή $\vec{F_L}\cdot\vec{v}<0$

η αλγεβρική τιμή της F_L γράφεται

$F_L=-\frac{\ln 2}{10}v$ (F_L, v αλγεβρικές τιμές) (1)

$\Sigma\vec F=\vec F_{ελ}+\vec F_L$ ή $\Sigma F=-kx-\frac{\ln 2}{10}v$ (2)

Από τις (1), (2) φαίνεται ότι ο αγωγός εκτελεί αρμονική φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης της μορφής $F=-bv$ και πλάτος $A=A_0e^{-\Lambda t}$.

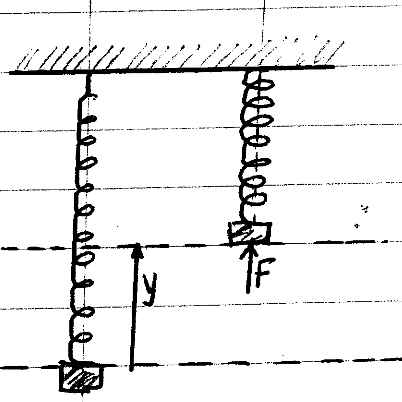
β) $\Lambda=\frac{b}{2m}=\frac{\ln 2/10}{2\cdot 0,5}$ ή $\Lambda=\frac{\ln 2}{10}$, $A=0,4e^{-\frac{\ln 2}{10}t}$ (SI)

γ) $A=0,4e^{-\frac{\ln 2}{10}t}$ ή $0,2=0,4e^{-\frac{\ln 2}{10}20T}$ ή $\frac12=e^{-\ln 2\cdot 2T}$ ή $T=0,5s$

$T=T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ ή $T^2=4\pi^2\frac{m}{K}$ ή $K=80N/m$

δ) $E_{20}=\frac12 D A_{20}^2=\frac12 80\cdot 0,2^2=1,60J$ ή $E_{20}=1,60J$.

8.4.54.



A.1) $E_{προσ}=E_{ταλ}=\frac12 DA_0^2=\frac12 kA_0^2$ ή $A_0=\sqrt{\frac{2E_T}{k}}$

ή $A_0=\sqrt{\frac{2\cdot 32}{40\cdot\pi^2}}=\sqrt{\frac{2\cdot 32}{400}}=0,4m \rightsquigarrow A_0=0,4m$

$D=K=m\omega_0^2$ ή $\omega_0=20\pi\ rad/s$

$y=0,4ημ(20\pi t+\frac{\pi}{2})$

A.2) $\alpha=-\alpha_0=-\omega^2A=-(20\pi)^2\cdot 0,4$ ή

$\alpha=-1600\ m/s^2$

B.1) $E=E_0=\frac12 DA_0^2=\frac12 40\pi^2\cdot 0,4^2$ ή $E_0=32J$

B.2) $E_{προσ}>32J$

B.3) $\frac{A_1}{A_0}=\frac{A_2}{A_1}=0,8$ ... $\xrightarrow{A_0=0,4}$ $A_2=0,256m$

$\frac{E_2}{E_0}=\left(\frac{A_2}{A_0}\right)^2$ ή $E_2=13,1072J$

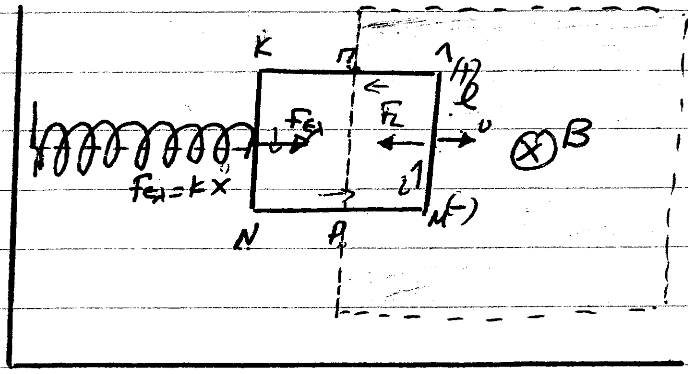
B.4 $A=A_0 e^{-\Lambda t}$ ή $0{,}8A_0=A_0 e^{-\Lambda T}$ ή $\ln 0{,}8=-\Lambda\cdot 0{,}1$ ή

$-0{,}2=-\Lambda\cdot 0{,}1$ ή $\Lambda=2\,s^{-1}$

$\Lambda=\frac{b}{2m}$ ή $b=2m\Lambda$ ή $b=0{,}4\ kg\,s^{-1}$

B.5 $\psi=0{,}4e^{-2t}\sigma\upsilon\nu(20\pi t)$ (S.I.).

8.4.55.



α) $F_L=Bi\ell=B\cdot\frac{E_{επ}}{R_{ολ}}\ell=\frac{B\cdot Bv\ell}{4R^*}\ell$

ή $F_L=\frac{B^2\ell}{4R^*}v=\frac{1\cdot 0{,}2^4}{4\frac{0{,}3}{\ln 2}}v$ ή

$F_L=0{,}2\ln 2\cdot v$ και επειδή

$\vec{F}_L\cdot\vec{v}<0$, $F_L=-0{,}2\cdot\ln 2\cdot v$ (F_L, v αλγεβρικές τιμές) (1)

$\Sigma F_x=\vec{F}_{ελ}+\vec{F}_L$ ή $\Sigma F_x=-kx-0{,}2\ln 2\cdot v$ (2)

Από (1), (2) φαίνεται ότι έχουμε αρμονική φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης της μορφής $F=-bv$ και $A=A_0e^{-\Lambda t}$.

γ) $\Lambda=\frac{b}{2m}=\frac{0{,}2\ln 2}{2\cdot 0{,}1}$ ή $\Lambda=\ln 2$, άρα $A=0{,}1e^{-\ln 2\cdot t}$ (S.I.)

$T\simeq 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{0{,}4\pi^2}}=1\,s$ και $\omega=\frac{2\pi}{T}$ ή $\omega=2\pi\ rad/s$

$x=0{,}1e^{-\ln 2\cdot t}\eta\mu(2\pi t+\frac{\pi}{2})$

β) $F_L=-0{,}2\ln 2\cdot v$ άρα $b=0{,}2\ln 2\ kg\,s^{-1}$

δ) $A=0{,}1e^{-\ln 2\cdot t}$ ή $A_1=0{,}1e^{-\ln 2\cdot 1}$ ή $A_1=0{,}05\,m$

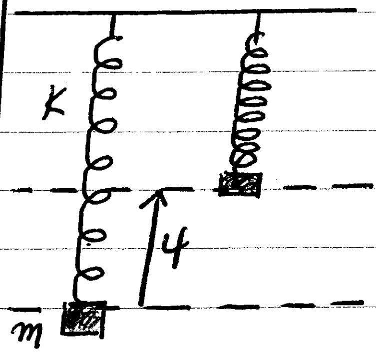
$\frac{E_1}{E_0}=\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2=0{,}25$ ή $\frac{\Delta E}{E_0}=0{,}75$ άρα ποσοστό μειώνεται 75%

ε) Αν κόψουμε το πλαίσιο σ' ένα σημείο, $I_{επ}=0$, $F_L=0$ και

$\Sigma F=-kx$ ... α.α.τ με $A=A_0=0{,}1\,m$ = σταθερό

$x=0{,}1\eta\mu(2\pi t+\pi/2)$ και $v=0{,}2\pi\,\sigma\upsilon\nu(2\pi t+\pi/2)$

8.4.56 $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}=2\pi\sqrt{\frac{0,1}{10\pi^2}}=0,2s$ και $\omega_0=10\pi\ \frac{rad}{s}$



α) $A=A_0e^{-\Lambda t}$ ή $0,25=0,50e^{-\Lambda\cdot 10T}$ ή $\Lambda=\frac{\ln 2}{2}\ s^{-1}$

$A=0,50e^{-\Lambda t}$ ή $0,0625=0,50e^{-\Lambda NT}$ ή $\frac{1}{8}=e^{-\Lambda\cdot N\cdot 0,2}$

ή $-3\ln 2=-\frac{\ln 2}{2}\cdot N\cdot 0,2$ ή $N=30$ ταλαντώσεις

άρα $\Delta N=20$ επιπλέον ταλαντώσεις

β) $\Lambda=\frac{b}{2m}$ ή $b=2m\Lambda=2\cdot 0,1\cdot\frac{\ln 2}{2}$ ή $b=0,07\,kg\,s^{-1}$

$F=-bv$ ή $F=-0,07\cdot v$ (SI)

γ) $A_{10}=0,25m$ Αν η ταλάντωση ήταν αμείωτη με πλάτος $A=A_{10}=0,25m$ η μέγιστη ταχύτητα είναι

$v_{max}=\omega A_{10}=10\pi\cdot 0,25$ ή $v_{max}=2,5\pi$ ή $v_{max}=7,85m/s$

Τώρα που η ταλάντωση είναι φθίνουσα προφανώς $v'_{max}<7,85m/s$

δ) $dE_{απωλ}=|dW_{αποσ}|=|F_{αποσ}\cdot dx|=|-bv\,dx|$ ή $dE_{απωλ}=bv\,dx$

Ρυθμός μείωσης $\frac{dE}{dt}=bv\frac{dx}{dt}=bv^2=\ldots=0,07\cdot 5^2$ ή $\frac{dE}{dt}=1,75\,J/s$.

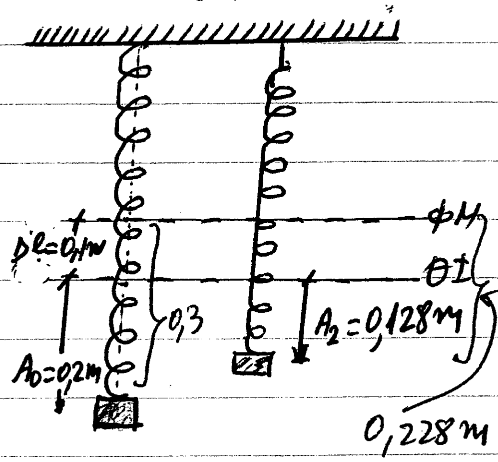
(βλ. 8.3.3)

8.4.57 Θέση Ισορροπίας - Στατική παραμόρφωση $mg=k\Delta l$

ή $\Delta l=0,10m$. $D=k=m\omega_0^2$ ή $\omega_0=10\,rad/s$ και $T_0=\pi/5\,s$.

Από το σχήμα φαίνεται $A_0=20cm=0,20m$

και $A_2=12,8cm=0,128m$



$A=A_0e^{-\Lambda t}\xrightarrow{t=2T}0,128=0,20e^{-\Lambda 2T}$

ή $0,64=e^{-\Lambda 2T}$ ή $0,8^2=e^{-\Lambda 2T}$ ή

$\ln 8=\Lambda T$ (1)

α) $A_1=0,20e^{-\Lambda T}=0,20e^{\ln 0,8}$ ή $A_1=0,16m$

...ή $\frac{A_0}{A_1}=\frac{A_1}{A_2}$ ή $A_1=\sqrt{A_0A_2}=0,16m$

β) $\frac{E_1}{E_0}=\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2=0,64$ ή $\frac{\Delta E_1}{E_0}=0,36$

άρα ποσοστό μείωσης 36%

γ) $\Lambda = -\frac{\ln 0,8}{T} = -\frac{-0,22}{\pi/5}$ ή $\Lambda = 0,35\ s^{-1}$ άρα $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ ή

$A = 0,20 e^{-0,35t}$ (S.I)

8.5.2 (δ) 8.5.3 Α-α, Β-α 8.5.4 (β)
8.5.5 (β) 8.5.6 (γ)

8.5.7 α) $Q_n = Q_0 e^{-\Lambda t}$ β) Για $t = nT$ $Q_n = Q_0 e^{-\Lambda nT}$
Για $t = (n+1)T$, $Q_{n+1} = Q_0 e^{-\Lambda(n+1)T}$ $\Big\} \Rightarrow$

$\frac{Q_n}{Q_{n+1}} = \frac{Q_0 e^{-\Lambda nT}}{Q_0 e^{-\Lambda(n+1)T}} = e^{\Lambda T} =$ σταθερό άρα $\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q_2}{Q_3} = \dots = \frac{Q_n}{Q_{n+1}}$

$\frac{E_n}{E_{n+1}} = \frac{Q_n^2/2C}{Q_{n+1}^2/2C}$ ή $\frac{E_n}{E_{n+1}} = \left(\frac{Q_n}{Q_{n+1}}\right)^2 = e^{2\Lambda} =$ σταθ άρα $\frac{E_0}{E_1} = \frac{E_1}{E_2} = \dots = \frac{E_n}{E_{n+1}}$

8.5.8 $\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{50}{40} = 1,25$, $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{40}{30} = 1,33$ $\Big\}$ Επειδή $\frac{Q_0}{Q_1} \neq \frac{Q_1}{Q_2}$ δεν μπορεί οι τιμές αυτές να αντιστοιχούν σε τρία διαδοχικά (ανα περίοδο) μέγιστα φορτία φθίνουσας ηλεκτρικής ταλάντωσης

8.5.9 α) $\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{100}{80}$ ή $\frac{Q_1}{Q_0} = 0,8$. Επίσης $\frac{Q_2}{Q_1} = 0,8$ ή $Q_2 = 64\mu C$

$\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{Q_1}{Q_2}$ ή $Q_2 = Q_1^2/Q_0 = 64\mu C$

β) $\frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2 = 0,64$ ή $\frac{\Delta E_1}{E_0} = 0,36$. ποσοστό απωλειών 36%

8.5.10 (β) $\frac{E_0}{E_1} = \frac{E_1}{E_2}$ ή $E_2 = \frac{E_1^2}{E_0} = \frac{0,8^2}{1}$ ή $E_2 = 0,64 J$

8.5.11 Α-α, $\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{Q_1}{Q_2}$ ή $Q_1 = \sqrt{Q_0 Q_2} = 80\mu C$

Α-δ, $\frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2 = 0,64$ ή $E_1 = 6,4 \cdot 10^{-3} J$

8.5.12 – (β) . (Όσο μεγαλύτερη αντίσταση τόσο πιο μεγάλη είναι η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης)

8.5.13 – (β) ... $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \Lambda^2}$ με $\Lambda = \frac{R}{2L}$

8.5.14. α – K_1 , β – K_1

α) K_1: $\Lambda_1 = 4 s^{-1}$, K_2: $\Lambda_2 = 3 s^{-1}$ } $\Lambda_1 > \Lambda_2$ ή $R_1 > R_2$

β) K_1: $Q_{θερ,1} = \frac{Q_{01}^2}{2C}$, K_2: $Q_{θερ,2} = \frac{Q_{02}^2}{2C}$ } $\xrightarrow{Q_{01} > Q_{02}}$ $Q_{θερ,1} > Q_{θερ,2}$

8.5.15. α) Αυτή που έχει τη μεγαλύτερη αντίσταση ... K_2

β) Επειδή $Q_{θερ,\eta} = E_0 = \frac{Q_0^2}{2C}$ μεγαλύτερη θερμότητα θα εκλυθεί στο κύκλωμα που έχει την μεγαλύτερη αρχική ενέργεια.

K_1: $E_{01} = \frac{Q_{01}^2}{2C} = \frac{1}{2} C V_{01}^2$

K_2: $E_{02} = \frac{Q_{02}^2}{2C} = \frac{1}{2} C V_{02}^2$

} $\xrightarrow{V_{01} = 2V_{02}}$ $E_{01} = 4E_{02}$

Άρα μεγαλύτερο ποσό θερμότητας εκλύεται στο κύκλωμα K_1

α – K_2 , β – K_1

8.5.16 Α – β , Β – δ

Α) $Q_\eta = Q_0 e^{-\Lambda t} \xrightarrow{t_1 = nT} \frac{Q_0}{2} = Q_0 e^{-\Lambda n T}$ ή $\frac{1}{2} = e^{-\Lambda n T}$ (1)

$Q' = Q_0 e^{-\Lambda \cdot k n T} = Q_0 (e^{-\Lambda n T})^k \overset{(1)}{=} Q_0 (\frac{1}{2})^k = \frac{Q_0}{2^k} \rightarrow Q' = \frac{Q_0}{2^k}$

Β) $\frac{E'}{E_0} = \left(\frac{Q_0/2^k}{Q_0}\right)^2 = \frac{1}{2^{2k}} = \frac{1}{4^k}$ ή $E' = \frac{E_0}{4^k}$

8.5.17 $Q_0=2\mu C$, $Q_1=1{,}6\mu C$ $C=0{,}01\mu F$

α) $Q_{θερμ}=E_0=\frac{Q_0^2}{2C}=20J$

β) $\frac{Q_0}{Q_1}=\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{Q_2}{Q_3}$ ή $\frac{Q_1}{Q_0}=\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{Q_3}{Q_2}=\frac{1{,}6}{2{,}0}=0{,}8$

άρα $Q_2=0{,}8Q_1=0{,}8\cdot1{,}6=1{,}28\mu C$ και
$Q_3=0{,}8Q_2=0{,}8\cdot1{,}28=1{,}024\mu C$ ... διαφορετικά

$Q=Q_0e^{-\Lambda t}$ ή $1{,}6=2\,e^{-\Lambda T}$ ή $e^{-\Lambda T}=0{,}8$ (1)

$Q_3=Q_0e^{-\Lambda 3T}=2(e^{-\Lambda T})^3=2(0{,}8)^3 \rightarrow Q_3=1{,}024\mu C$.

γ) $\frac{E_1}{E_0}=\left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2=0{,}64$ ή $\frac{\Delta E}{E_0}=0{,}36$ ποσοστό απώλειών 36%

8.5.18 $Q_n=6{,}4e^{-10^5 \ln2\cdot t}$ (μC)

α) $3{,}2=6{,}4\,e^{-10^5\ln2\,t}$ ή $\frac{1}{2}=e^{-10^5\cdot\ln2\cdot t}$ ή $-\ln2=10^5\cdot\ln2\cdot t$
ή $t=10^{-5}s$ ή $t=10\mu s$

β) $Q=6{,}4\left(e^{-10^5\cdot\ln2\,T}\right)^4=6{,}4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4$ ή $Q=0{,}4\mu C$

γ) $\frac{E_1}{E_0}=\left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2=\frac{1}{4}=0{,}25$ ή $E_1=0{,}25E_0$

$\frac{E_2}{E_1}=0{,}25 \longrightarrow E_2=0{,}25E_0$

$\Rightarrow E_2=0{,}25^2E_0$

ή $E_2=0{,}008J$

δ) $q=6{,}4e^{-10^5\ln2\cdot t}\,συν\left(\frac{2\pi}{10^{-5}}t\right)$ ή $q=6{,}4e^{-10^5\ln2\cdot t}\,συν(2\cdot10^5\pi t)\ \mu C$

8.5.19 $T=2\mu s=2\cdot10^{-6}s$ $Q_0=6{,}4\mu C$, $Q_1=3{,}2\mu C$

α) $Q=Q_0e^{-\Lambda t}$ ή $3{,}2=6{,}4\,e^{-\Lambda T}$ ή $\frac{1}{2}=e^{-\Lambda T}$ ή $\ln2=\Lambda T$ ή $\Lambda=\frac{\ln2}{2}10^6 s^{-1}$

άρα $Q=6{,}4e^{-\frac{\ln2}{2}\cdot10^6 t}$ (μC)

β) $\omega=\frac{2\pi}{T}=\pi\cdot10^6\,rad/s$, $Q=6{,}4e^{-\frac{\ln2}{2}\cdot10^6 t}\,συν(\pi\cdot10^6t)$ (S.I) γ) $Q_4 = 6{,}4 e^{-\Lambda 4T} = 6{,}4 (e^{-\Lambda T})^4 \overset{(1)}{=} 6{,}4 \left(\frac{1}{2}\right)^4$ ή $Q_4 = \frac{6{,}4}{16} = 0{,}4\,\mu C$

δ) $\frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2 = 0{,}25$ ή $\frac{\Delta E}{E_0} = 0{,}75$ άρα ποσοστό απώλειας 75%

8.5.20. α) $Q = Q_0 e^{-\Lambda t}$ ή $Q_3 = Q_0 e^{-\Lambda 3T}$ ή $1{,}2 = 9{,}6 (e^{-\Lambda T})^3$ ή

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = (e^{-\Lambda T})^3$ ή $e^{-\Lambda T} = \frac{1}{2}$ (1)

$Q_1 = Q_0 e^{-\Lambda T} \overset{(1)}{=} 9{,}6 \cdot \frac{1}{2}$ ή $Q_1 = 4{,}8\,\mu C$

β) $Q_6 = Q_0 e^{-\Lambda T \cdot 6} = Q_0 (e^{-\Lambda T})^6 \overset{(1)}{=} 9{,}6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6$ ή $Q_6 = \frac{9{,}6}{64}\,\mu C$ ή $Q_6 = 0{,}15\,\mu C$

γ) $(1) \Rightarrow e^{-\Lambda T} = \frac{1}{2}$ ή $-\Lambda T = -\ln 2$ ή $\Lambda = \frac{\ln 2}{10^{-6}}$ ή $\Lambda = 10^6 \ln 2\ s^{-1}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot 10^6\ rad/s$

$q = 9{,}6 e^{-10^6 \ln 2 \cdot t}\ \sigma\upsilon\nu(2\pi 10^6 t)$ (μC)

δ) (2). $T < 1\,\mu s$ και σταθερή

8.5.21. α) s ή $f = 5 \cdot 10^5\ Hz$, $\omega = 2\pi \cdot 10^5\ rad/s$

β) $Q = Q_0 e^{-\Lambda t} \xrightarrow{t=1T} 2 = 4 e^{-\Lambda T} \ldots \Lambda = \frac{\ln 2}{T}$ ή $\Lambda = \frac{\ln 2}{2} 10^6\ s^{-1}$

άρα $Q = 4 e^{-\frac{\ln 2}{2} 10^6 t}$ $(Q \to \mu C,\ t \to s)$

γ) $q = 4 e^{-\frac{\ln 2}{2} 10^6 t} \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi 10^5 \cdot t)$ (μC)

δ) $\frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2 = 0{,}25$ ή $\frac{\Delta E_1}{E_0} = 0{,}75$ … ποσοστό απώλειας 75%

8.5.22. $C = 250\,nF = 2{,}5 \cdot 10^{-7} F$, $Q_0 = 1\,\mu C = 10^{-6} C$, $E_1 = \frac{Q_1^2}{2C}$ ή $Q_1 = 0{,}6\,\mu C$

και $E_0 = \frac{Q_0^2}{2C} = 2 \cdot 10^{-6} J$

α) $\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_3}{Q_2} = 0{,}6$ από όπου $Q_2 = 0{,}36\,\mu C$ και $Q_3 = 0{,}216$

$\frac{E_1}{E_0} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{E_3}{E_2} = 0{,}36$ από όπου $E_2 = 0{,}2592 \cdot 10^{-6} J$ κ' $E_3 = 0{,}0933 \cdot 10^{-6} J$

β) $Q_{θερ} = E_0 - E_3 = 2 \cdot 10^{-6} - 0{,}09 \cdot 10^{-6} = 1{,}91 \cdot 10^{-6} J$

$\frac{Q_{θερ}}{E_0} = \frac{1{,}91 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} = 0{,}955$ ποσοστό 95,5%

8.5.23 α) $\frac{E_0}{E_1} = \frac{E_1}{E_2}$ ή $E_1 = \sqrt{E_0 E_2}$ ή $E_1 = 3{,}6 \cdot 10^{-6} J$

β) $\frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2 = \frac{3{,}6 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} = 0{,}36$ ή $\frac{Q_1}{Q_0} = 0{,}6 \Rightarrow Q_1 = 2{,}4 \mu C$

$\frac{Q_2}{Q_1} = 0{,}6$ ή $Q_2 = 0{,}6 Q_1$ ή $Q_2 = 1{,}44 \mu C$

8.5.24. α) $Q_3 = Q_0 e^{-Λ \cdot 3T}$ ή $0{,}25 = 0{,}5 e^{-ΛT \cdot 3}$ ή $e^{-ΛT \cdot 3} = \frac{1}{2}$ (1)

$3T = 1{,}2 \mu s$ ή $T = 0{,}4 \mu s$, $N = 3{,}6 \mu s$ ή $N = 9$ ταλαντώσεις

$Q_9 = 0{,}5 e^{-Λ \cdot 9T} = 0{,}5 (e^{-Λ 3T})^3 \xrightarrow{(1)} Q_9 = 0{,}5 \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ή $Q_9 = 0{,}0625 \mu C$

β) $T = 0{,}4 \mu s = 0{,}4 \cdot 10^{-6} s$ και $f = \frac{1}{T}$ ή $f = 2{,}5 \cdot 10^6 Hz$

γ) $(1) \Rightarrow e^{-Λ 3T} = \frac{1}{2} \Rightarrow -Λ 3T = -\ln 2$ ή $Λ = \frac{\ln 2}{3T} = \frac{\ln 2}{1{,}2} 10^6 s^{-1}$

$Q = Q_0 e^{-Λ t} \rightsquigarrow Q = 0{,}5 e^{-\frac{\ln 2}{1{,}2} \cdot 10^6 t}$ (μC)

δ) $q = 0{,}5 e^{-\frac{\ln 2}{1{,}2} \cdot 10^6 t} συν(5π \cdot 10^6 t)$ μC

8.5.25 A) αμείωτες ταλαντώσεις $ω = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 2 \cdot 10^4$ rad/s

$Q_0 = C \cdot V = 100 \mu C = 10^{-4} C$, $I_0 = ω_0 Q_0 = 2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4}$ ή $I_0 = 2A$

α) $q = 10^{-4} συν(2 \cdot 10^4 t)$ και $i = -2 ημ(2 \cdot 10^4 t)$

β) $E_0 = \frac{Q_0^2}{2C} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} J$ ή $E_0 = \frac{1}{2} L I_0^2$

B) φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση. $\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{40 \mu C}{100 \mu C} = 0{,}4 =$ σταθ

α) $\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_3}{Q_2} = 0{,}4$

$Q_2 = 0{,}4 Q_1 = 0{,}4 \cdot 40 = 16 \mu C$ και $Q_3 = 0{,}4 Q_2 = 6{,}4 \mu C$

β) $E_3 = \frac{Q_3^2}{2C} = \frac{(6{,}4 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}$ ή $E_3 = 1{,}024 \cdot 10^{-6} J$

8.5.26 α) $Q_1 = 6,4 e^{-10^5 \ln 2 \cdot t}$ (μC) $\longrightarrow 0,8 = 6,4 e^{-10^5 \ln 2 \cdot 10T}$ ή

$(\frac{1}{2})^3 = e^{-10^5 \ln 2 \cdot 10T}$ ή $-3\ln 2 = -10^5 \ln 2 \cdot 10 \cdot T$ ή $T = 3 \cdot 10^{-6} s$ ή $T = 3 \mu s$

β) $\frac{E_{10}}{E_0} = \left(\frac{Q_{10}}{Q_0}\right)^2 = \left(\frac{0,8}{6,4}\right)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64} = 0,015625$ ποσοστό 1,5625%

γ) $Q_{30} = 6,4 e^{-10^5 \ln 2 \cdot 30T} = 6,4 \left(e^{-10^5 \ln 2 \cdot 10T}\right)^3 = 6,4 \left(\frac{1}{8}\right)^3 \longrightarrow Q_{30} = 0,0125 \mu C$

δ) $Q_{θερμ} = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{(6,4 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 4,096 \cdot 10^{-6}} \longrightarrow Q_{θερμ} = 5 \cdot 10^{-6} J$

9. Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις

9.5.4 (Λ, Σ, Λ, Λ) 9.5.5 Α-γ, Β-γ 9.5.6 (Λ, Λ, Σ, Λ)

9.5.7 (Λ, Λ, Λ, Σ) 9.5.8 (Σ, Σ, Λ, Λ) 9.5.9 (Λ, Λ, Λ, Σ)

9.5.10 (Λ, Λ, Σ, Σ)

9.5.11 Σωστή η πρόταση Δ. Στην εξαναγκασμένη ταλάντωση ασκούνται

- Οι συντηρητικές δυνάμεις που ασκούν τη δύναμη επαναφοράς, $F_{επ} = -Dx$
- Οι αντιστάσεις $F_{αντ} = -bv$
- Η εξωτερική περιοδική δύναμη $F_{εξ} = F_0 συν(ωt)$

Όλες αυτές έχουν συνισταμένη $ΣF = -Dx - bv + F_0 συν(ωt)$

9.5.12 Α. (1→δ), (3→α), (4→β)

Β. $D = 100 N/m = m ω_0^2 \longrightarrow ω_0 = \sqrt{D/m}$ ή $ω_0 = 10 rad/s$

Γ. —(β) $T > T_0$.

Δ. $T = \frac{2π}{ω} = \frac{2π}{12}$ ή $T = \frac{π}{6} s$

Ε. $ω = ω_0$ ή $2πf = 10$ ή $f = \frac{5}{π} Hz$

9.5.13 α) $ω = 20π$ rad/s ή $T = \frac{2π}{ω} = \frac{2π}{20π}$ ή $T = 0,1 s$

β) $ω = 20π$ ή $2πf = 20π$ ή $f = 10 Hz$

Σωστή η πρόταση Β.2 (βλ. διάγραμμα)